

2012 臺灣國際科學展覽會
研究報告

二維顆粒流體崩塌倒序現象之探討

董皓文 平震傑

編號: 140029-11

關鍵詞: 顆粒流、崩塌、倒序

目錄

| | |
|-----------|------|
| 摘要 | P.1 |
| Abstract | P.2 |
| 壹、研究動機 | P.3 |
| 貳、研究目的 | P.3 |
| 參、實驗器材與裝置 | P.4 |
| 肆、研究過程 | P.6 |
| 伍、研究結論與討論 | P.24 |
| 陸、未來展望 | P.27 |
| 柒、參考文獻 | P.27 |

摘要

本研究探討斜面上二維顆粒體流動的現象，分析各種變因(軌道盒傾斜角度、軌道盒側壁傾斜角度、軌道盒出口大小、顆粒粒徑)對斜面顆粒流性質的影響:

一、顆粒流圖形與表層崩塌角

(一)顆粒流圖形: 「V字下滑」

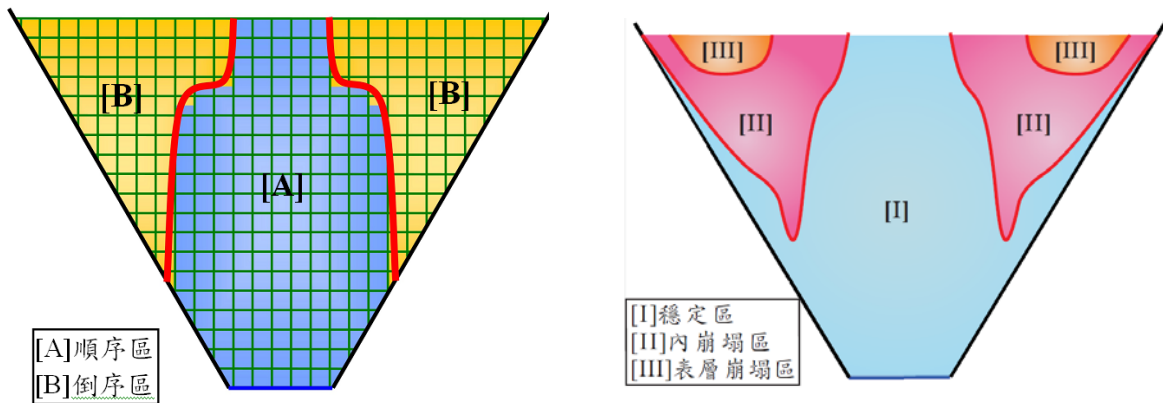
(二)表層崩塌角:

- 正向關係: 軌道盒傾斜角
- 負向關係: 軌道盒側壁傾斜角、粒徑
- 未知關係: 出口大小

二、中央線上目標顆粒的落下時間

- 正向關係: 軌道盒側壁傾斜角度
- 負向關係: 軌道盒傾斜角度、出口大小
- 未知關係: 粒徑

三、探討傾斜軌道盒顆粒流中，崩塌以及倒序區域分布圖形



- 起始位置較高且較遠離中軸線的顆粒將可能發生「起始位置較高的顆粒卻較早落下」的倒序現象; 依照顆粒實際發生的崩塌類型，能將軌道盒分為穩定區、內崩塌區及表層崩塌區。
- 崩塌區域的分佈受顆粒粒徑與軌道盒側壁傾斜角影響。

Abstract

In this study, we discussed a **2-dimensional granular channel flow on an inclined plane**. A series of experiments is designed to analyze the influence on the granular flow of different parameter, including the angle of inclination, the angle of the side wall of channel, the opening size, and the size of the granular. The followings are our results(The grain we wants to observe is called “target grain”).):

1.The pattern of an inclined granular flow and the critical angle of Surface Collapse

(1)The pattern of an inclined granular flow

“**V-shaped Gliding**” can be observed.

(2)The critical angle of Surface Collapse

- Positive relation: The angle of inclination
- Negative relations: The angle of the side wall of channel, the size of the granular
- Unknown relations: The opening size

2.The time a target grain placed on the middle line spends falling through the channel

- Positive relation: The angle of the side wall of channel
- Negative relations: The angle of inclination, the opening size
- Unknown relations: The size of the granular

3.The Collapse Area Diagram and the Inverted Order Area in the channel

- A a phenomenon of “Inverted Order” can be observed easier on the granular placed higher and further from the middle line.
- The channel can be divided into **Steady Area**, **Inner Collapse Area**, and **Surface Collapse Area** according to the collapse types observed on granules.
- The boundary of Collapse Areas are related to the size of the granular and the angle of the side wall of channel.

壹、研究動機

從小以來，我們就知道沙漏是計時的儀器，穩定的流量造就了沙漏的精確度，然而，以水取代沙子後，水鐘的流量卻不是穩定的。在查閱文獻之後才發現：原來這就是「顆粒物體」的一種重要性質，也因此讓我們對顆粒體感到非常好奇。為了瞭解斜面上顆粒體流動的現象，我們設計了一組實驗裝置，並進行一系列關於斜面顆粒流的實驗。我們認為有許多不同的因素在影響著顆粒體的流動過程，例如：軌道盒傾斜角度、軌道盒側壁傾斜角度、軌道盒出口大小、顆粒粒徑...等。

貳、研究目的

本研究主要目的是探討各種變因(軌道盒傾斜角度、軌道盒側壁傾斜角度、軌道盒出口大小、顆粒粒徑)對斜面顆粒流的影響，我們擬定以下研究目的，依序探討其巨觀及微觀性質：

一、探討傾斜軌道盒中，顆粒流的圖形與表層崩塌角

- (一) 粒徑對顆粒流圖形與表層崩塌角的影響
- (二) 軌道盒傾斜角度對顆粒流圖形與表層崩塌角的影響
- (三) 軌道盒側壁傾斜角度對顆粒流圖形與表層崩塌角的影響
- (四) 軌道盒出口大小對顆粒流圖形與表層崩塌角的影響

二、探討傾斜軌道盒顆粒流中，中央線上目標顆粒的落下時間

- (一) 粒徑對顆粒流圖形對中央線上目標顆粒落下時間的影響
- (二) 軌道盒傾斜角度對顆粒流圖形對中央線上目標顆粒落下時間的影響
- (三) 軌道盒側壁傾斜角度對顆粒流圖形對中央線上目標顆粒落下時間的影響
- (四) 軌道盒出口大小對顆粒流圖形對中央線上目標顆粒落下時間的影響

三、探討傾斜軌道盒顆粒流中，崩塌以及倒序區域分布圖形

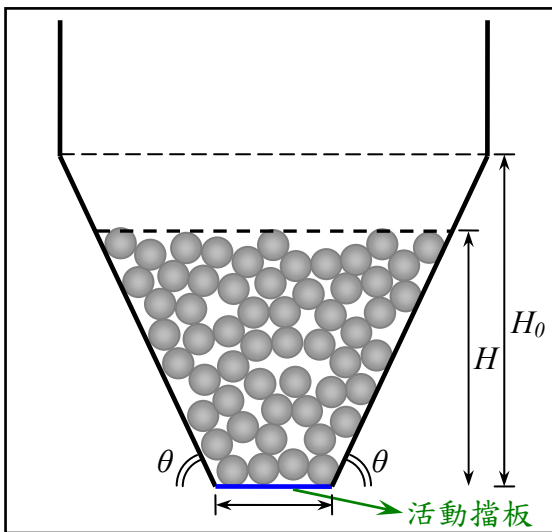
- (一) 粒徑對崩塌以及倒序區域分布圖形的影響
- (二) 軌道盒側壁傾斜角度對崩塌以及倒序區域分布圖形的影響

參、實驗器材與裝置

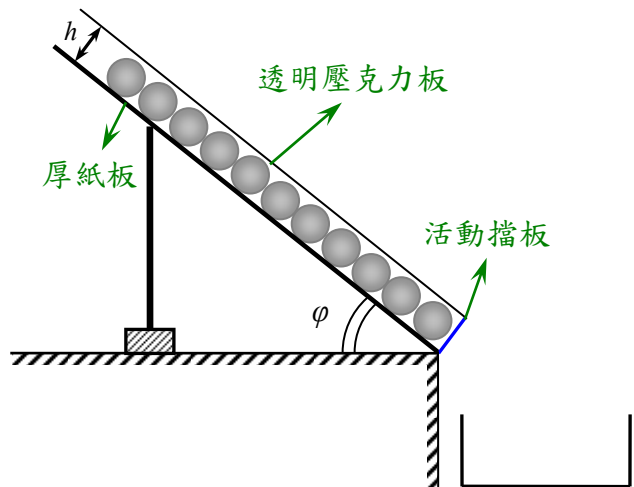
一、實驗器材:

本研究探討球形顆粒體在二維軌道盒中的流動情形，故設計高度為顆粒粒徑+0.1cm 的軌道盒，置入不同半徑的球形顆粒，並以數位相機記錄實驗影片以進行分析。

- 1.市購球形顆粒(直徑 0.3、0.4、0.5cm)
- 2.數位相機(Nikon-S6000[影格率: 29.97 格/sec])
- 3.自製二維顆粒體流動軌道盒(詳細規格如下圖): 共 7 組



軌道盒設計圖



實驗裝置圖

七組軌道盒中，最大顆粒堆疊高度 H_0 值皆為 19.5cm，其餘參數(θ 、 d 、 h)數值如下表:

| 軌道盒編號 | 軌道盒側壁傾斜角 θ | 軌道盒出口 d (cm) | 軌道盒高度 h (cm) |
|-------|-------------------|----------------|----------------|
| 1 | 30.00° | 4.5 | 0.5 |
| 2 | 45.00° | 4.5 | 0.5 |
| 3 | 59.47° | 2.5 | 0.5 |
| 4 | 59.47° | 3.5 | 0.5 |
| 5 | 59.47° | 4.5 | 0.4 |
| 6 | 59.47° | 4.5 | 0.5 |
| 7 | 59.47° | 4.5 | 0.6 |

※軌道盒高度 $h =$ 該實驗用顆粒粒徑+ 0.1cm

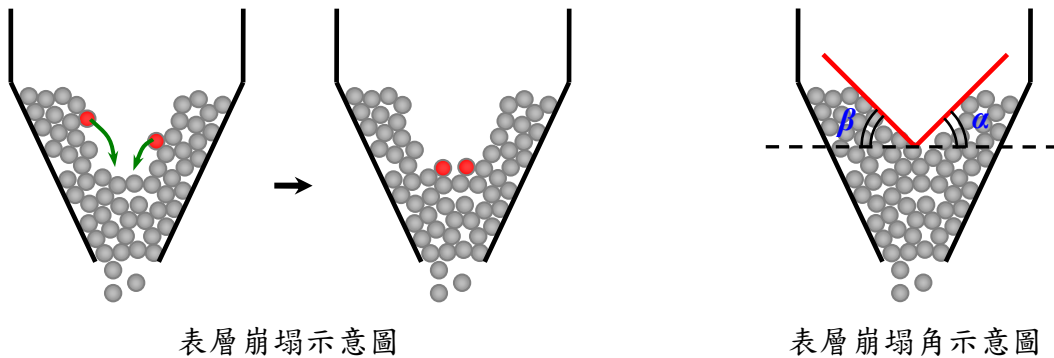
二、名詞解釋:

1. **倒序**: 起始高度較高的顆粒比起始高度較低者早落下的現象，我們稱之為倒序。

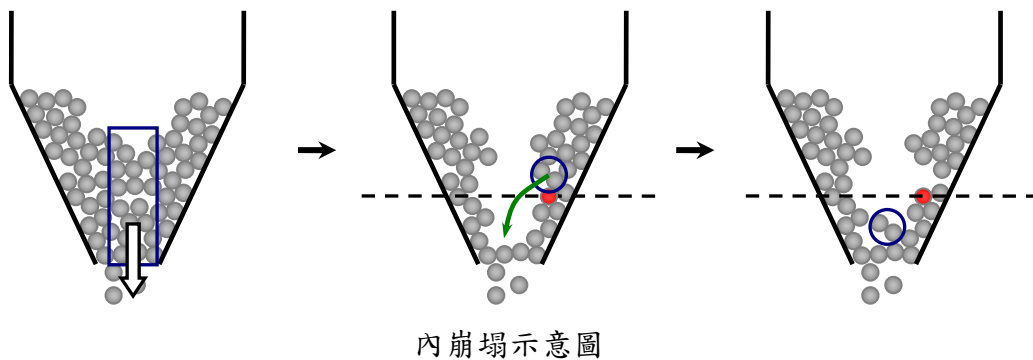
※起始高度: 顆粒距軌道盒出口的鉛直距離。

2. **表層崩塌**: 在顆粒流表層，上方顆粒沒有受阻、自由地越過下方顆粒時，導致上方顆粒掉到下方顆粒之下，稱此現象為崩塌(如下左圖)。

3. **表層崩塌角**: 當顆粒流表層顆粒發生崩塌現象時，顆粒流的最上層顆粒將形成 V 字形，稱兩斜邊與水平面之夾角平均值為表層崩塌角(如下右圖)，即 $(\alpha+\beta)/2$ 。



4. **內崩塌**: 在顆粒流內部，上方顆粒(團)越過下方顆粒(團)時，稱為內崩塌(如下圖)



肆、研究過程

研究過程中，我們針對斜面顆粒流的各種現象，依序改變不同變因，探討其影響：

一、探討傾斜軌道盒顆粒流的圖形與表層崩塌角








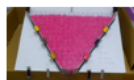











(一) 粒徑對顆粒流圖形與表層崩塌角的影響

1. 控制變因： 軌道盒側壁傾斜角 θ (59.47°)、軌道盒出口大小 d (4.5cm)、顆粒堆疊高度 H (19.5cm)、軌道盒傾斜角 φ (36.87°)

操縱變因： 顆粒粒徑 (0.3 、 0.4 、 0.5cm)

2. 實驗結果：

(1) 顆粒流圖形

| | | 影格數(1 影格 $\approx 0.03\text{sec}$) | | | | | | |
|------------------|-----------|---|---|---|---|--|--|--|
| | | 0 | 20 | 40 | 60 | 80 | 100 | 120 |
| 顆 粒 粒 徑 | 0.3 cm |  |  |  |  |  |  |  |
| | 0.4 cm |  |  |  |  |  |  |  |
| | 0.5 cm |  |  |  |  |  | | |

(2) 表層崩塌角

| 顆粒粒徑(cm) | 實驗 1 | 實驗 2 | 實驗 3 | 實驗 4 | 實驗 5 | 平均表層崩塌角 |
|----------|------------|------------|------------|------------|------------|--------------|
| 0.3 | 50° | 50° | 51° | 53° | 49° | 50.6° |
| 0.4 | 38° | 35° | 35° | 36° | 36° | 36.0° |
| 0.5 | X | X | X | X | X | X |

※粒徑= 0.5cm 的實驗中，發現顆粒並沒有發生表層崩塌的現象，因此無法量測表層崩塌角。

3. 實驗結果討論：

粒徑= $0.3, 0.4\text{cm}$ 時，有發生表層崩塌的現象，但粒徑= 0.5cm 時，並沒有發生。其原因如下：當顆粒粒徑較大時，因為流速較慢，軌道中央及兩側的流速差較小。因此，若 V 字斜邊傾斜角未曾大於其表層崩塌角，就不會發生表層崩塌。且顆粒粒徑越大，開始發生表層崩塌的時間點越晚，甚至可能不發生。

(二)軌道盒傾斜角度對顆粒流圖形與表層崩塌角的影響

1.控制變因： 軌道盒側壁傾斜角 θ (59.47°)、軌道盒出口大小 d ($4.5cm$)、顆粒堆疊高度 H ($19.5cm$)、顆粒粒徑($0.4cm$)

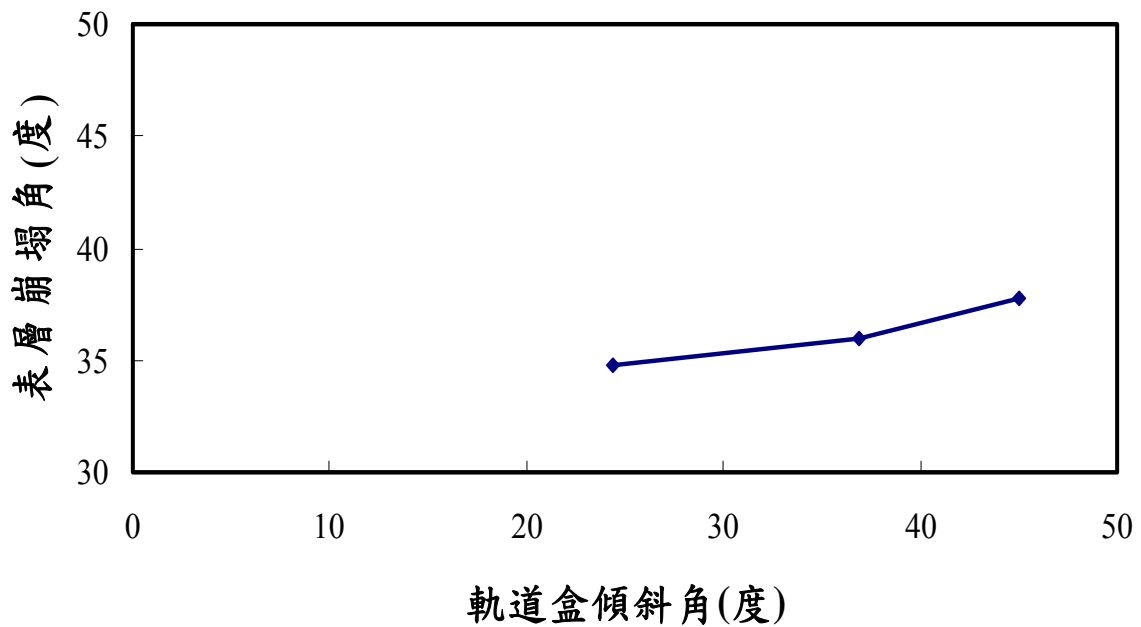
操縱變因： 軌道盒傾斜角 φ (24.37° 、 36.87° 、 45.00°)

2.實驗結果:

(1)顆粒流圖形

| | | 影格數(1 影格 $\approx 0.03sec$) | | | | | | |
|--------|---------------|------------------------------|----|----|----|----|-----|-----|
| | | 0 | 20 | 40 | 60 | 80 | 100 | 120 |
| 軌道盒傾斜角 | 24.37° | | | | | | | |
| | 36.87° | | | | | | | |
| | 45.00° | | | | | | | |

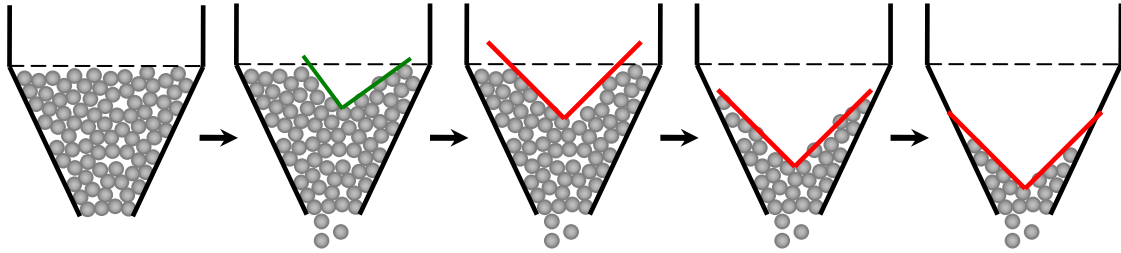
(2)表層崩塌角



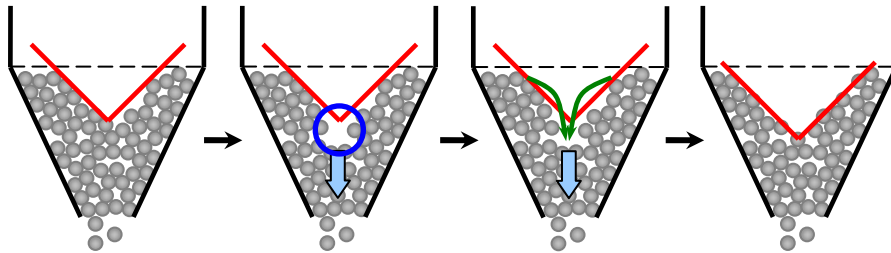
3. 實驗結果討論:

(1) 數次實驗中，顆粒體流動模式相似:

巨觀點下，皆呈現「V字下滑」的現象。如下圖，首先頂層顆粒體自表層中央處左右開始落下(其位置受到顆粒體的排列方式影響)，直到V字的斜邊傾斜角太大時，便發生表層崩塌，即上層顆粒越過下方顆粒落入V字底部，而這個臨界角便是我們所定義的表層崩塌角。



微觀點下則可以發現，表層崩塌現象的發生原因是：由於V字底部顆粒的快速落下，使得V字底部出現空隙，造成傾斜角度過大而崩塌，於是將其補回原先的角度，如下圖，形成規律性的循環。



因此，在巨觀點下，呈現出的是V字的斜邊傾斜角固定(此即表層崩塌角)，但逐漸下降，如下圖。



(2) 由實驗影片觀察得知:

- A. 中央線上的顆粒：落下軌跡近乎直線。
- B. 內部顆粒：落下軌跡模式較為複雜，未來將對此做更詳細的探究。
- C. 側壁上的顆粒：多數順著側壁落下，少數落到V字底部後落下。

(3) 表層崩塌角與軌道盒傾斜角呈正向關係，當軌道盒側壁傾斜角度越大時，表層崩塌角越大。但其變化沒有很大，因為表層崩塌的原因是中央處與側壁的顆粒流速差所造成的，而軌道盒傾斜角度越大時，兩者流速差越大，因此表層崩塌角也越大。

(三)軌道盒側壁傾斜角度對顆粒流圖形與表層崩塌角的影響

1.控制變因： 軌道盒出口大小 d (4.5cm)、顆粒堆疊高度 H (19.5cm)、顆粒粒徑(0.4cm)、
軌道盒傾斜角 φ (36.87°)

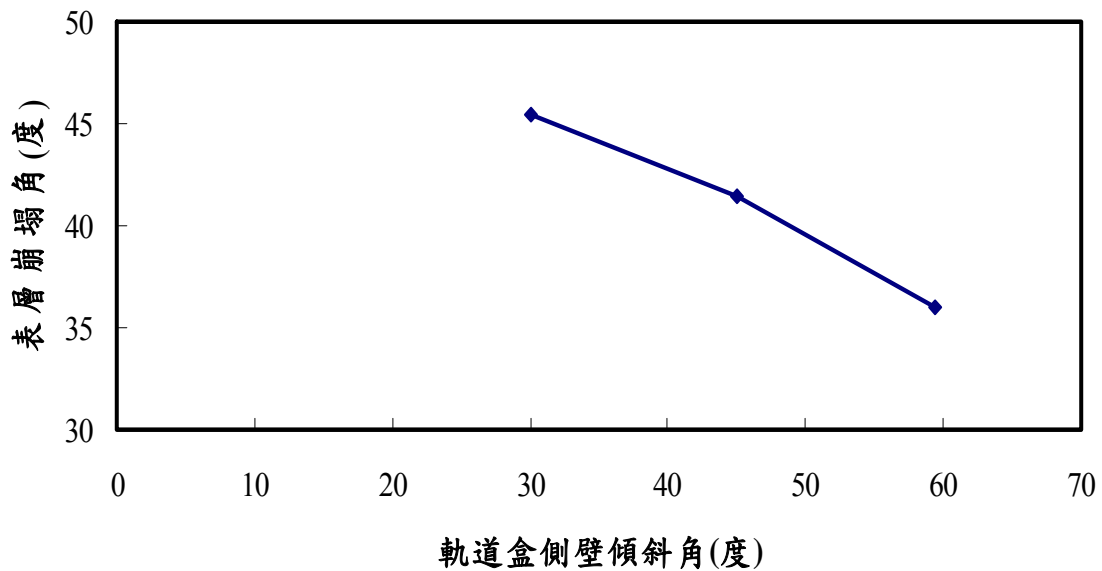
操縱變因： 軌道盒側壁傾斜角 θ (30.00°、45.00°、59.47°)

2.實驗結果:

(1)顆粒流圖形

| | | 影格數(1 影格 \approx 0.03sec) | | | | | | |
|-----------|--------|-----------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | | 0 | 20 | 40 | 60 | 80 | 100 | 120 |
| | | (140) | (160) | (180) | (200) | (220) | (240) | (260) |
| 軌道盒側壁傾斜角度 | 30.00° | | | | | | | |
| | 45.00° | | | | | | | |
| | 59.47° | | | | | | | |

(2)表層崩塌角



3.實驗結果討論:

表層崩塌角與軌道盒側壁傾斜角呈負向關係，當軌道盒側壁傾斜角度越大時，表層崩塌角越大。因為表層崩塌的原因是中央處與側壁的顆粒流速差所造成的，而軌道盒側壁傾斜角度越大時，兩者流速差越小，因此表層崩塌角也越小。

(四)軌道盒出口大小對顆粒流圖形與表層崩塌角的影響

1.控制變因： 軌道盒側壁傾斜角 θ (59.47°)、顆粒堆疊高度 H (19.5cm)、顆粒粒徑 (0.4cm)、軌道盒傾斜角 φ (36.87°)

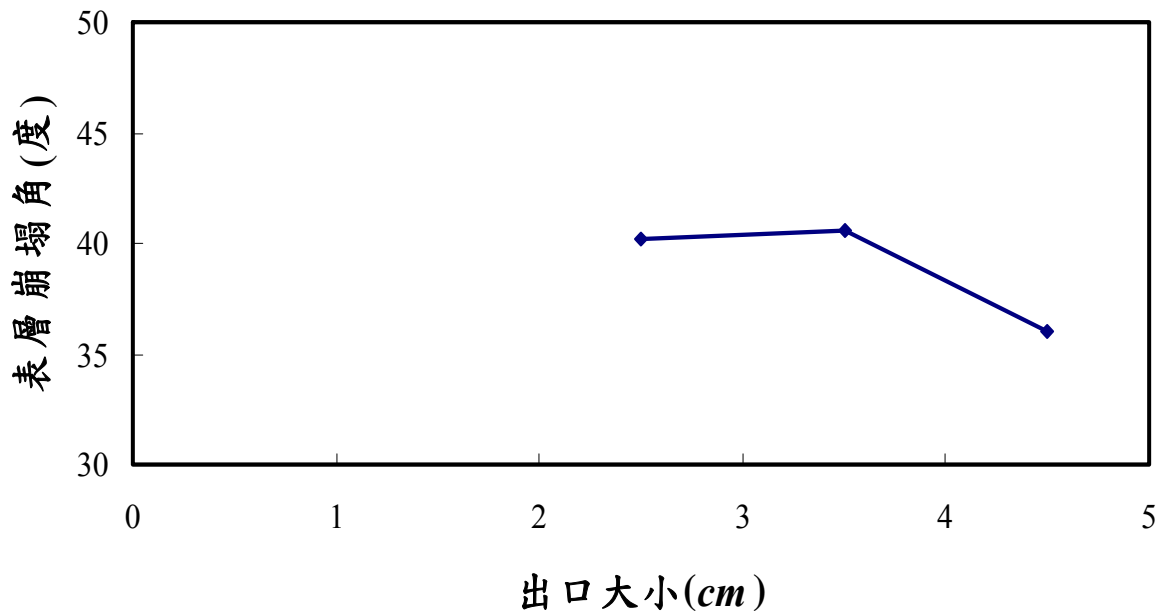
操縱變因： 軌道盒出口大小 d (2.5 、 3.5 、 4.5cm)

2.實驗結果:

(1)顆粒流圖形

| | | 影格數(1 影格 $\approx 0.03\text{sec}$) | | | | | | |
|-----------|-----------|-------------------------------------|-------------|----|----|----|-----|-----|
| | | 0 (140) | 20 (160) | 40 | 60 | 80 | 100 | 120 |
| 軌道盒出口大小 | 2.5 cm | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | 3.5 cm | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| 4.5 cm | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |

(2)表層崩塌角



3.實驗結果討論:

目前未能歸納出出口大小與表層崩塌角的關係，未來將進行更多組實驗以探討。

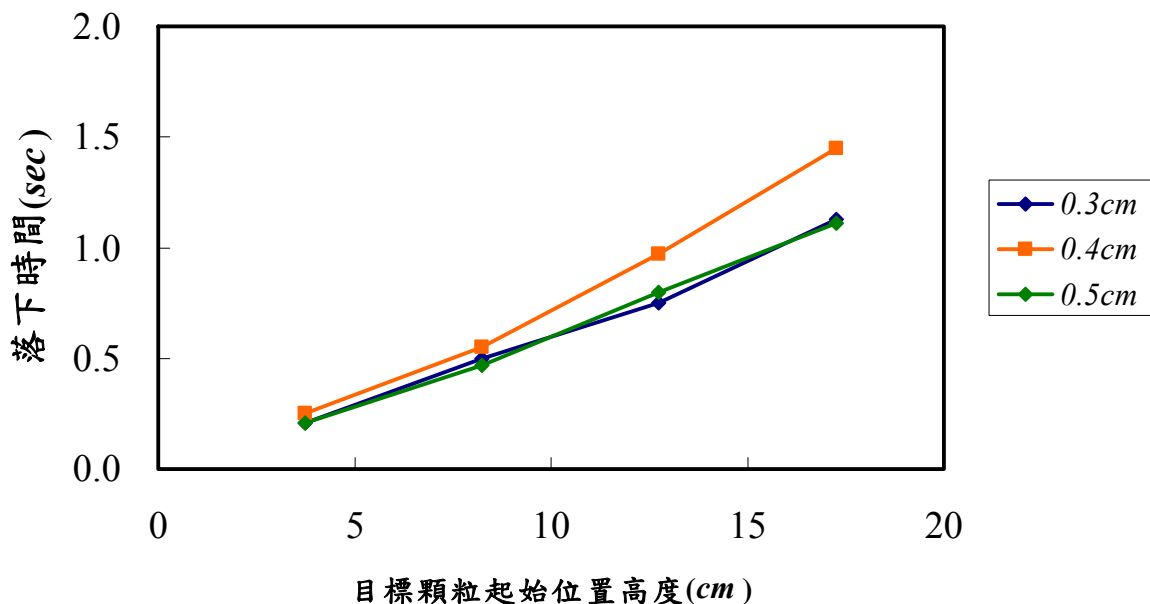
二、探討傾斜軌道盒顆粒流中，中央線上目標顆粒的落下時間

(一)粒徑對中央線上目標顆粒落下時間的影響

1.控制變因： 軌道盒側壁傾斜角 θ (59.47°)、軌道盒出口大小 d (4.5cm)、顆粒堆疊高度 H (19.5cm)、軌道盒傾斜角 φ (36.87°)、軌道盒傾斜角 φ (24.37°)

操縱變因： 目標顆粒起始位置(中央線上 3.75 、 8.25 、 12.75 、 17.25cm)、顆粒粒徑(0.3 、 0.4 、 0.5cm)

2.實驗數據:



3.實驗結果與討論:

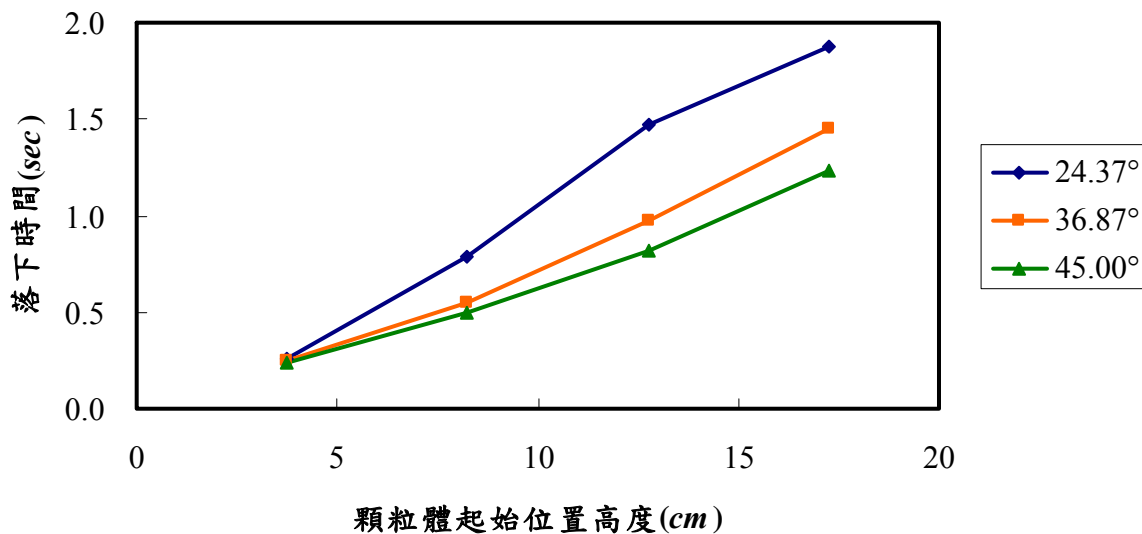
由上表可以發現：粒徑大小為 0.4cm 的顆粒，在不同起始高度的目標顆粒的落下時間最長，意即其平均速度最小。我們猜測這樣的結果可能和粒徑與出口大小的比值有關，因為本實驗中，當出口大小為 4.5cm 時，為 0.3cm 及 0.5cm 的整數倍，但卻不被 0.4cm 整除，因此可能造成顆粒流出出口時不順暢，彼此間作用力增加而使整體流速減慢。未來將更進一步的探討粒徑與出口大小的比值對目標顆粒落下時間的影響。

(二)軌道盒傾斜角度對中央線上目標顆粒落下時間的影響

1.控制變因： 軌道盒側壁傾斜角 θ (59.47°)、軌道盒出口大小 d (4.5cm)、顆粒堆疊高度 H (19.5cm)、顆粒粒徑(0.4cm)

操縱變因： 目標顆粒起始位置(中央線上 3.75 、 8.25 、 12.75 、 17.25cm)、軌道盒傾斜角度 φ (24.37° 、 36.87° 、 45.00°)

2.實驗數據:



3.實驗結果與討論:

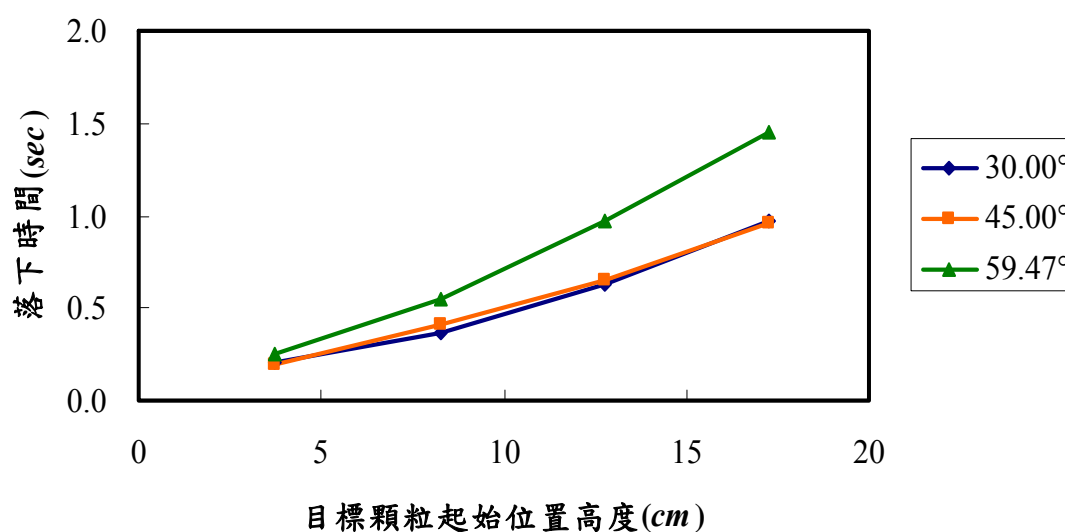
由上表可以發現，當軌道盒傾斜角度增加時，不同起始高度的目標顆粒的落下時間都會減少，意即其平均速度較大。因為當軌道盒傾斜角度增加時，重力在顆粒體運動方向上的分力較大，所以顆粒加速度較大，使得平均速度較大。

(三)軌道盒側壁傾斜角度對中央線上目標顆粒落下時間的影響

1.控制變因： 軌道盒傾斜角 ϕ (36.87°)、軌道盒出口大小 d (4.5cm)、顆粒堆疊高度 H (19.5cm)、顆粒粒徑(0.4cm)

操縱變因： 目標顆粒起始位置(中央線上 3.75 、 8.25 、 12.75 、 17.25cm)、軌道盒側壁傾斜角 θ (30.00° 、 45.00° 、 59.47°)

2.實驗數據:



3.實驗結果與討論:

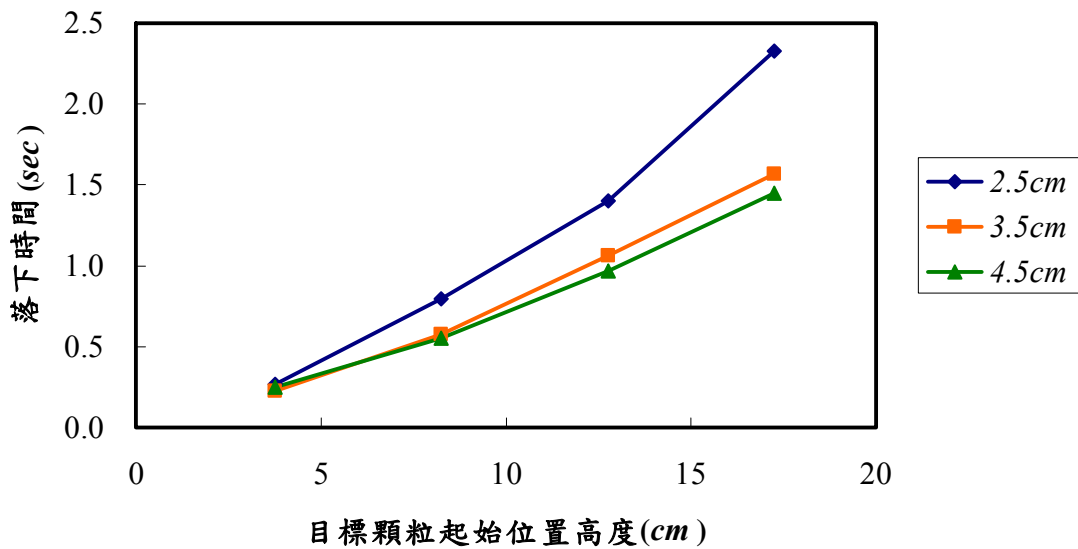
由上表可以發現，當軌道盒側壁傾斜角度增加時，不同起始高度的目標顆粒的落下時間會增加，意即其平均速度較小。因為當軌道盒側壁傾斜角度增加時，對於與側壁接觸的顆粒而言，重力作用在其運動方向上的分力增加，導致中央顆粒與側邊顆粒的流速差減少，因此阻礙目標顆粒落下的程度也越大。其中，當 $\theta=30.00^\circ$ 、 45.00° 時，圖形幾乎完全吻合的原因，我們猜測是：因為側邊顆粒施在中央顆粒上的正向力及摩擦力已不足以抵抗中央顆粒的下滑力。

(四)軌道盒出口大小對中央線上目標顆粒落下時間的影響

1.控制變因: 軌道盒側壁傾斜角 θ (59.47°)、顆粒粒徑(0.4cm)、顆粒堆疊高度 H (19.5cm)、軌道盒傾斜角 φ (36.87°)、軌道盒傾斜角 φ (24.37°)

操縱變因: 目標顆粒起始位置(中央線上 3.75 、 8.25 、 12.75 、 17.25cm)、軌道盒出口大小 d (2.5cm 、 3.5cm 、 4.5cm)

2.實驗數據:



3.實驗結果與討論:

由上表可以發現: 當軌道盒出口大小增加時, 不同起始高度的目標顆粒的落下時間皆會減少, 意即其平均速度較大。因為出口大小增加使得流量變大, 目標顆粒落下的速度亦隨之增快; 當出口大小減少時, 落下速度變慢, 甚至可能發生堵塞的現象。

三、探討傾斜軌道盒顆粒流中，崩塌以及倒序區域分布圖形

(一)軌道盒對稱性之定性實驗:

在研究開始之前，我們發現：本實驗裝置是左右對稱的，所以位於相對應位置上的目標顆粒應該會有相同的落下時間。因此，我們設計了一個實驗以驗證我們的猜測：

1.控制變因：軌道盒側壁傾斜角 θ (59.47°)、軌道盒出口大小 d (4.5cm)、顆粒堆疊高度 H (19.5cm)、軌道盒傾斜角 φ (24.37°)、顆粒粒徑(0.4cm)

操縱變因：目標顆粒起始位置(本實驗中為比較左右軌道盒上顆粒落下的時間，同時放置兩顆目標顆粒，對稱於軌道盒對稱軸)

2.實驗結果:

| 起始高度 (cm) | 實驗 1 (張) | | 實驗 2 (張) | | 實驗 3 (張) | | 實驗 4 (張) | | 實驗 5 (張) | | 實驗 6 (張) | | 實驗 7 (張) | | 實驗 8 (張) | | 實驗 9 (張) | | 實驗 10 (張) | | 平均落下 時間(張) | | 平均落下 時間(sec) | |
|--------------|-------------|----|-------------|----|-------------|----|-------------|----|-------------|----|-------------|----|-------------|-----|-------------|-----|-------------|-----|--------------|----|---------------|------|-----------------|------|
| | 左 | 右 | 左 | 右 | 左 | 右 | 左 | 右 | 左 | 右 | 左 | 右 | 左 | 右 | 左 | 右 | 左 | 右 | 左 | 右 | 左 | 右 | 左 | 右 |
| 13.5~15.0 | 88 | 91 | 92 | 92 | 89 | 91 | 78 | 93 | 93 | 96 | 96 | 99 | 86 | 101 | 98 | 102 | 92 | 102 | 85 | 92 | 89.7 | 95.9 | 2.99 | 3.20 |

3.實驗結果討論:

(1)我們發現 10 次實驗中，目標顆粒落下時間差距不大，是穩定可量測的物理量

(2)對於左半部軌道盒及右半部軌道盒，平均落下時間相差不大(相對差距 $\approx 6\%$)，證明軌道盒兩側條件是對稱的。因此，以下實驗我們僅就左半部軌道盒顆粒流進行目標顆粒流動模式的實驗。

(二)初步觀察:

1.控制變因：軌道盒側壁傾斜角 θ

(59.47°)、軌道盒出口大小 d

(4.5cm)、顆粒堆疊高度 H

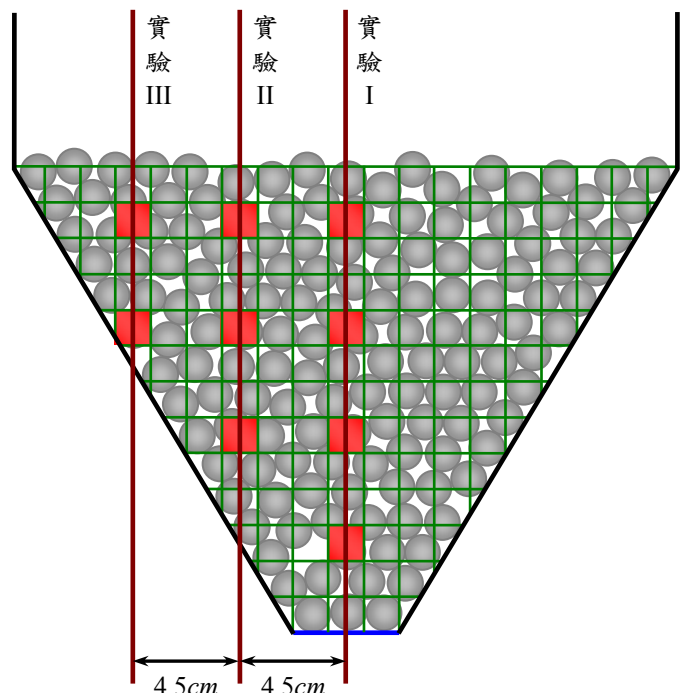
(19.5cm)、軌道盒傾斜角 φ

(24.37°)、顆粒粒徑(0.4cm)

操縱變因：目標顆粒起始位置

2.實驗設計:

我們首先以 4.5cm 為間隔挑選 9 個網格作為目標顆粒的起始位置(如下圖，紅色網格)，進行三組實驗並進行比較:

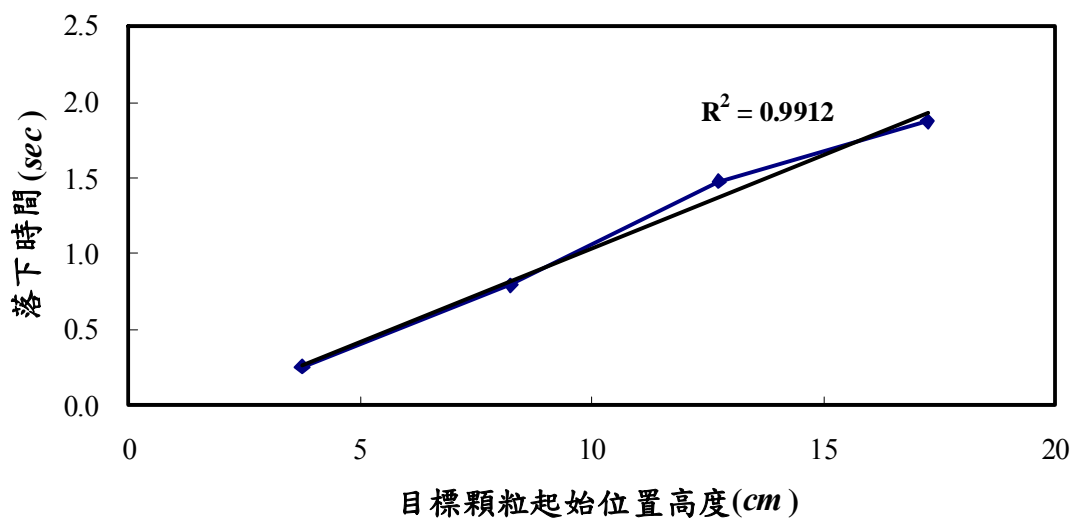


3. 實驗內容:

(1) 實驗 I: 中央線上目標顆粒:

A. 實驗數據:

| 起始高度(± 0.75) (cm) | 實驗 1 (張) | 實驗 2 (張) | 實驗 3 (張) | 實驗 4 (張) | 實驗 5 (張) | 平均落下 時間(張) | 平均落下 時間(sec) |
|----------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|---------------|-----------------|
| 3.75 | 8 | 7 | 8 | 7 | 9 | 7.8 | 0.26 |
| 8.25 | 24 | 24 | 24 | 23 | 24 | 23.8 | 0.79 |
| 12.75 | 45 | 42 | 46 | 44 | 44 | 44.2 | 1.47 |
| 17.25 | 56 | 53 | 57 | 53 | 62 | 56.2 | 1.88 |



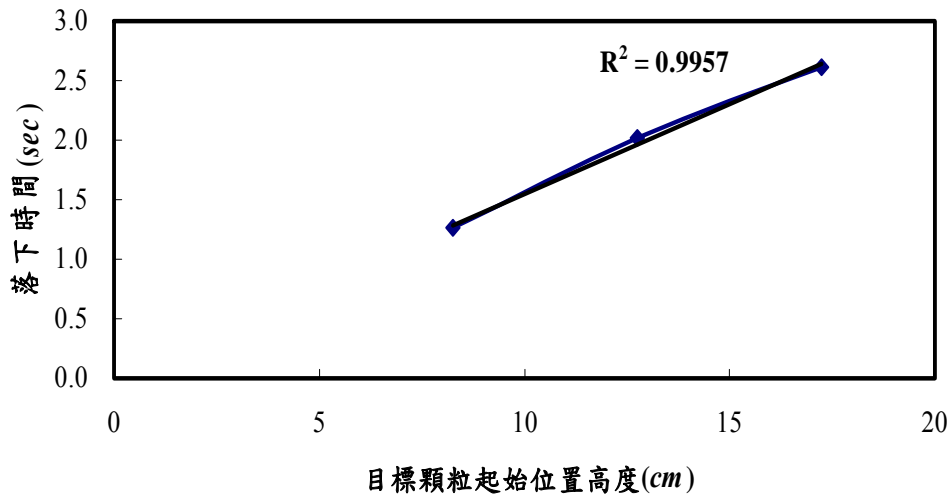
B. 實驗結果討論:

當目標顆粒位於中央線上時，落下時間和顆粒起始位置高度成正向線性關係。由前一實驗知中央線上的顆粒落下軌跡近乎直線。並且，因為落下時間和目標顆粒起始位置高度成正向線性關係，故其鉛直方向平均速度相同，意即目標顆粒落下的鉛直方向平均速度與起始位置高度無關。

(2) 實驗 II: 中央線左方距離 4.5cm 的線上目標顆粒:

A. 實驗數據:

| 起始高度(± 0.75) (cm) | 實驗 1 (張) | 實驗 2 (張) | 實驗 3 (張) | 實驗 4 (張) | 實驗 5 (張) | 平均落下 時間(張) | 平均落下 時間(sec) |
|----------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|---------------|-----------------|
| 8.25 | 36 | 38 | 43 | 35 | 37 | 37.8 | 1.26 |
| 12.75 | 66 | 58 | 64 | 55 | 59 | 60.4 | 2.02 |
| 17.25 | 79 | 78 | 76 | 84 | 75 | 78.4 | 2.62 |



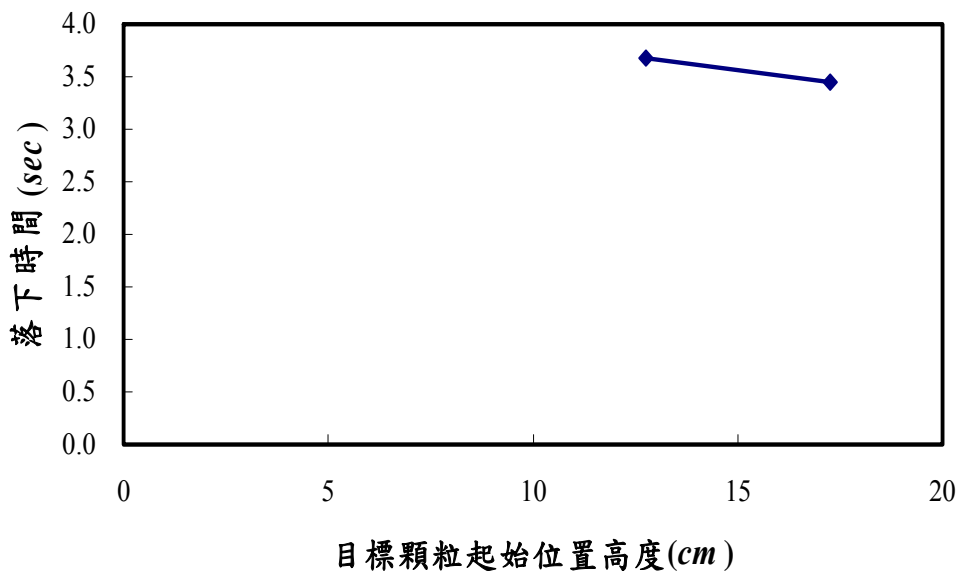
B. 實驗結果討論:

當目標顆粒位於中央線左方距離 4.5cm 的線上時，落下時間和顆粒起始位置高度成正向線性關係。由實驗影片觀察後發現，顆粒皆沒有「表層崩塌」的現象，因此，產生和中央線上相似之結果。同理知：目標顆粒落下的鉛直方向平均速度與起始位置高度無關。

(3) 實驗 III: 中央線左方距離 9.0cm 的線上目標顆粒:

A. 實驗數據:

| 起始高度(± 0.75) (cm) | 實驗 1 (張) | 實驗 2 (張) | 實驗 3 (張) | 實驗 4 (張) | 實驗 5 (張) | 平均落下 時間(張) | 平均落下 時間(sec) |
|----------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|---------------|-----------------|
| 12.75 | 108 | 115 | 103 | 117 | 108 | 110.2 | 3.68 |
| 17.25 | 104 | 109 | 97 | 108 | 99 | 103.4 | 3.45 |



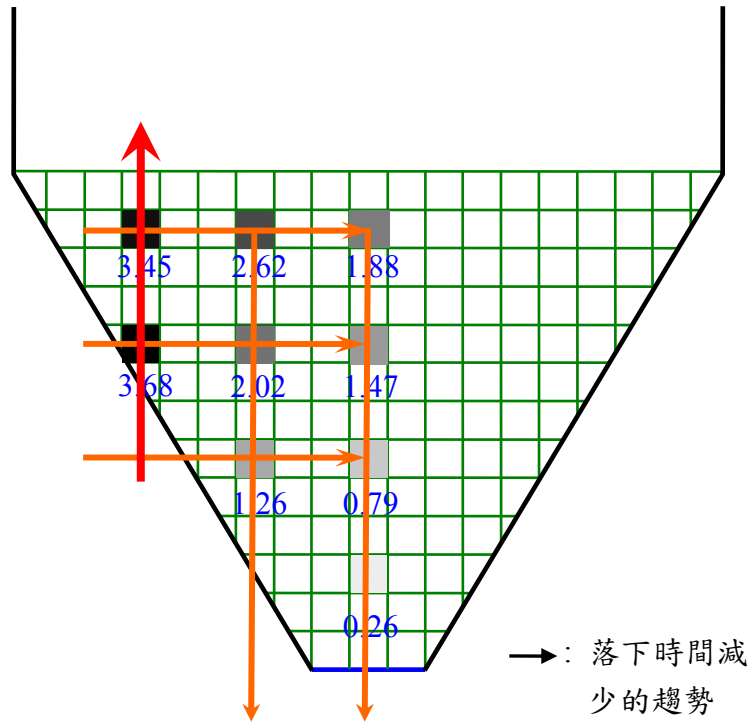
※因為數據只有兩組，繪製趨勢線並沒有實際意義。

B. 實驗結果及討論:

顆粒起始位置與落下時間呈現負向關係。

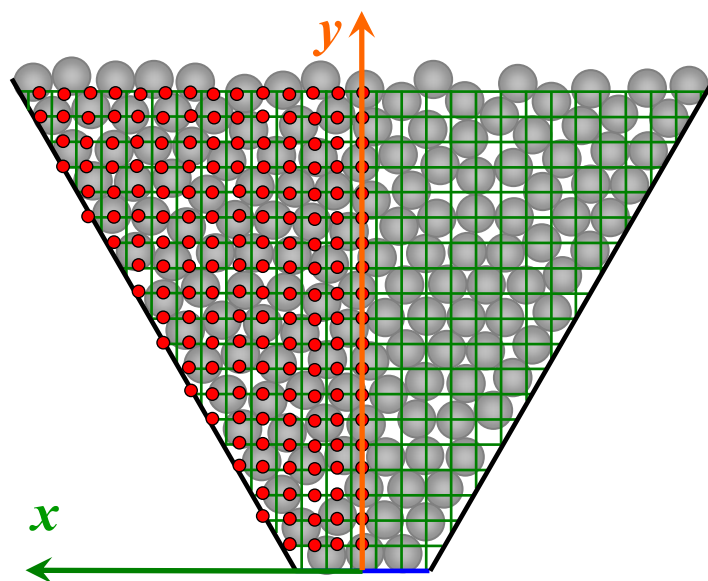
4. 實驗結果與討論:

由上述三組實驗數據可整理得以下趨勢圖，當目標顆粒位置在中央偏左 9.0cm 線上時，出現了「倒序」的現象。我們也從實驗影片中發現其發生原因似乎就是因為崩塌現象的發生與否。為了瞭解其轉變原因，我們針對實驗 II, III 中間區域做更細的分割，進行更精細的實驗。

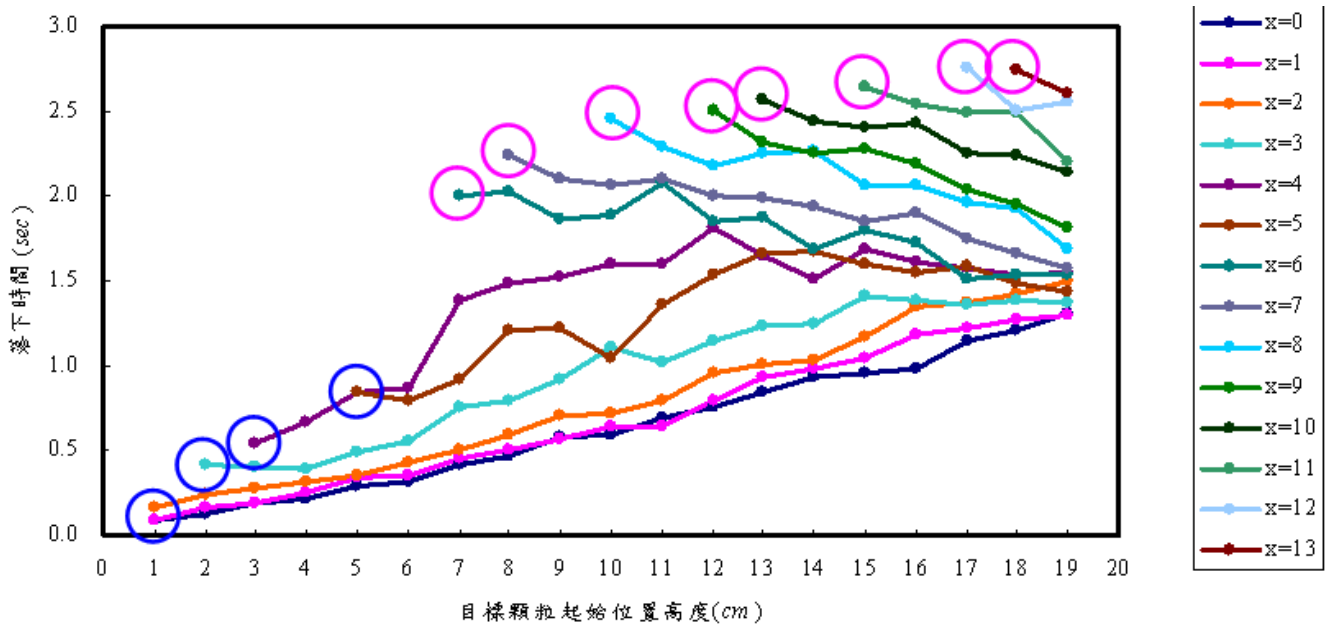


(三) 研究方法:

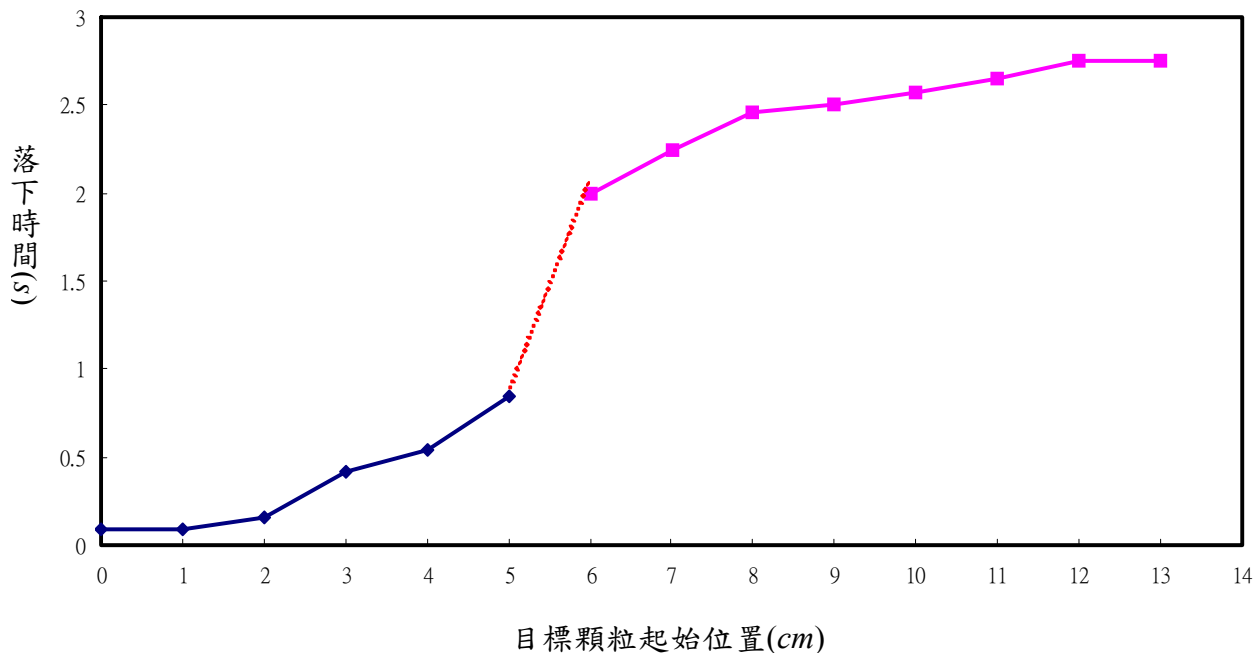
我們將軌道盒進行更精細的分割，以 1cm 為間隔，並將目標顆粒放置在以下標記的所有位置進行實驗:



(四).實驗結果與討論:

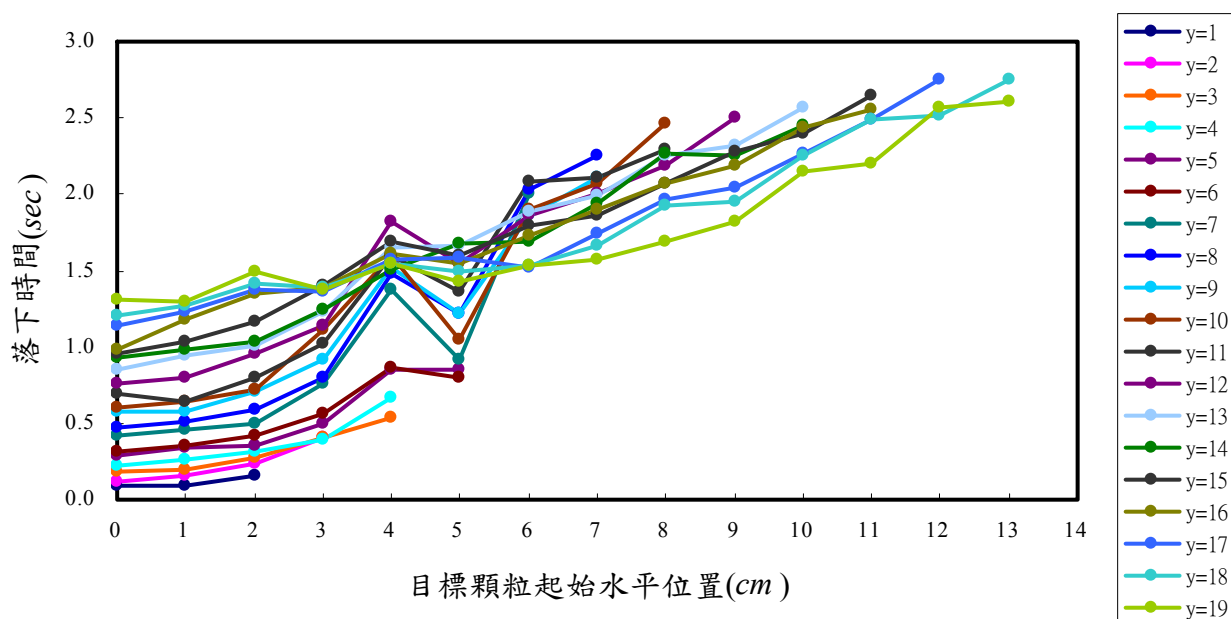


- 1.注意到自由流(本實驗中為 $x=0,1,2$)，可以發現目標顆粒起始位置高度和落下時間呈正線性關係。
- 2.大致而言，當 $x=0, \dots, 5$ 時，目標顆粒起始位置高度與落下時間成正向關係，因為開口處的顆粒會先落下，且較高處的顆粒須移動較長的距離。然而，當 $x=6, \dots, 13$ 時，目標顆粒起始位置高度與落下時間成負向關係，因為較高處的顆粒會先發生表層崩塌而進入 V 字底部，隨顆粒流流出，而較低處的顆粒較晚發生表層崩塌，故較慢落到 V 字底部。因此會出現「起始高度較高的顆粒落下時間卻較短」的「倒序」現象。
- 3.注意到 $x=6, \dots, 12$ 的數列，紅色圓圈標記了去除側壁流後，由下往上出現的第一個極大值，可發現其 x, y 座標呈線性關係，表示此處有一條臨界線，標明了內部穩定流及內部崩塌流的界線。
- 4.注意到每一數列的第一點(藍色及粉紅色圓圈標註)，可發現在 $x=5,6$ 間突然出現一個跳躍式的變化。表示此處為內部穩定流與側壁流的匯集處。為了更進一步確認此分界，我們將目標顆粒置於側壁上不同 x 座標處，繪出圖形如下頁所示。

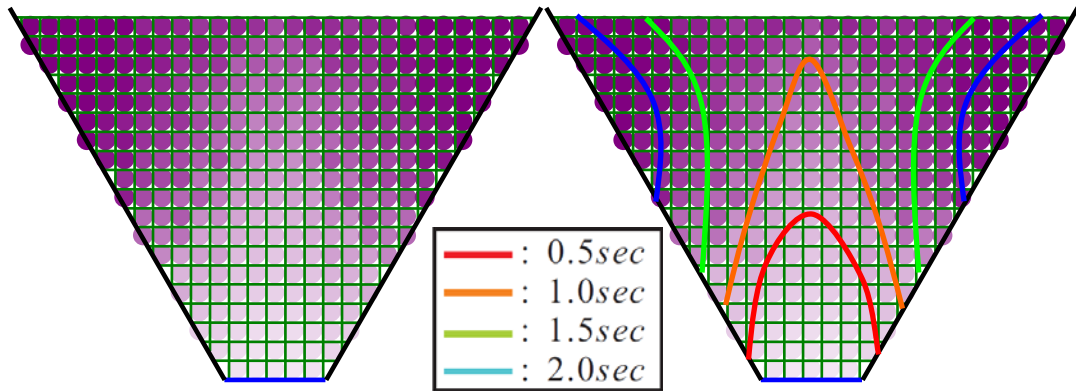


5.以目標顆粒起始水平位置與落下時間的圖形來看，可明顯的看出數據趨勢以 6cm 為分界，使得 5.5cm 及 6.5cm 時顆粒的落下時間出現跳躍式的增加。

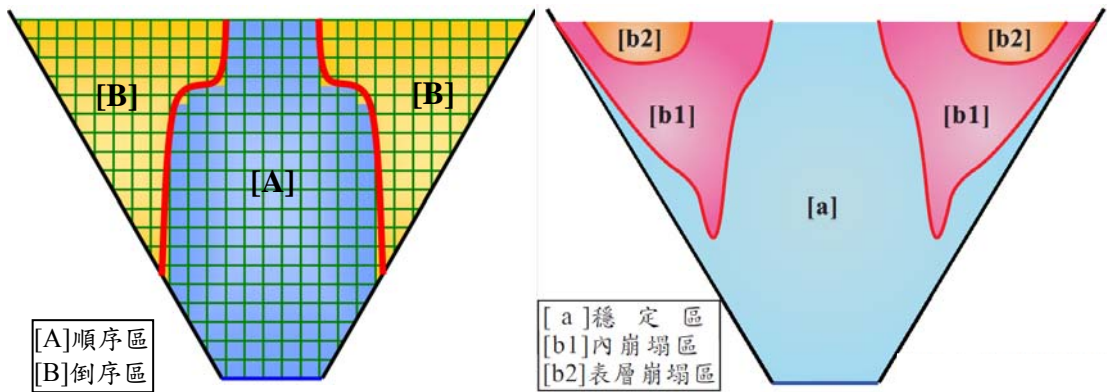
6.意到 $x=4$ 時，許多數據點都比 $x=5$ 時還大，我們可由下圖看出此現象。也就是說 $x=4$ 位置的內部流落下時，恰好被中央流及側壁流擋住，使得其落下時間特別長。



7.我們將上述結果以圖形方式呈現，其顏色越深代表落下的時間越長。右圖之曲線為等時線，所呈現的是相同的時間顆粒的落下情形。



8.我們繪出了順序及倒序區域圖，以及由實驗影片中觀察出的崩塌區域圖如下：



由以上兩圖可發現：穩定區恰好對應到順序區；而內崩塌及表層崩塌區則恰好對應到倒序區。這也間接印證了崩塌就是導致倒序現象發生的主要原因。而在右圖中，不同區域間落下時間的變化趨勢有以下規律：

[a]穩定區

目標顆粒**沒有發生崩塌**，顆粒之間維持相同的順序落下(意即顆粒體間沒有相對運動)，因此，目標顆粒起始位置越高，落下時間越長。

[b1]內崩塌區

目標顆粒發生**內崩塌**，因此，此區的落下時間最小值小於穩定區的落下時間最大值。因為內崩塌的現象十分複雜，所以落下時間的變化趨勢尚待更深入的探討。

[b2]表層崩塌區

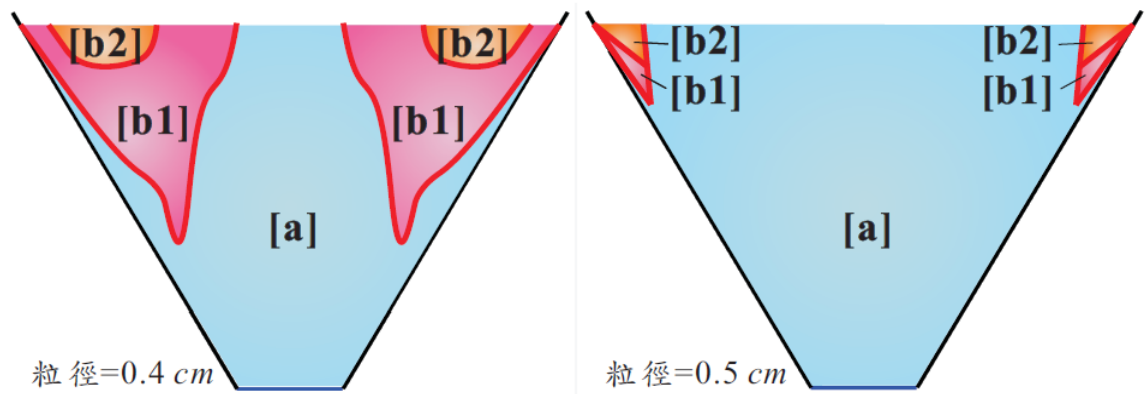
目標顆粒發生**表層崩塌**，因此，此區的落下時間最小值小於內崩塌區的落下時間最大值。因為表層崩塌較單純，先發生崩塌的顆粒會落到V字底部，後來崩塌的顆粒則會在其上方。並因中央線上不易發生內崩塌，所以先發生崩塌的顆粒的落下時間較短，而起始高度較高的顆粒會先發生表層崩塌，落下時間較短。

(五)不同變因對崩塌區域的影響:

接著我們改變變因來探討崩塌區域的變化。我們一樣使用單位為 1cm 的網格，將每一個格點作為目標顆粒的起始位置進行實驗。

1. 操縱變因: 顆粒粒徑與目標顆粒的起始位置

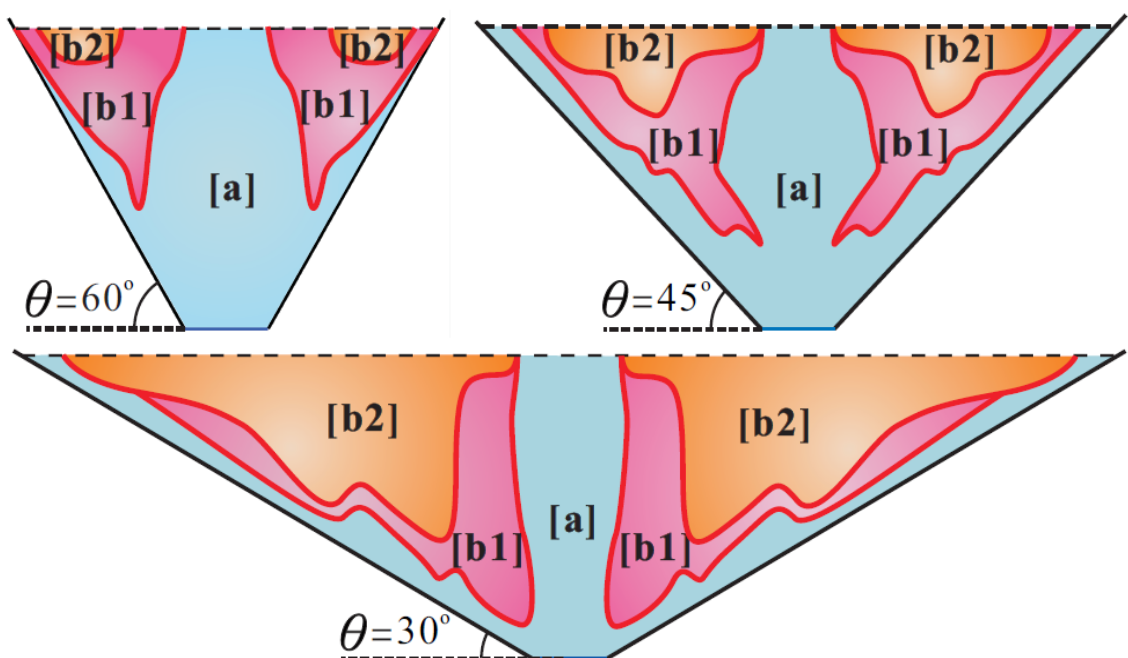
控制變因: 軌道盒側壁傾斜角 θ (59.47°)、軌道盒出口大小 d (4.5cm)、顆粒堆疊高度 H (19.5cm)、軌道盒傾斜角 φ (24.37°)



當顆粒粒徑為 0.5cm 時，因為多數顆粒未發生表層崩塌，故穩定流的區域較大。而在側壁流最上方有發生表層崩塌，故有倒序的現象。

2. 操縱變因: 軌道盒側壁傾斜角與目標顆粒的起始位置

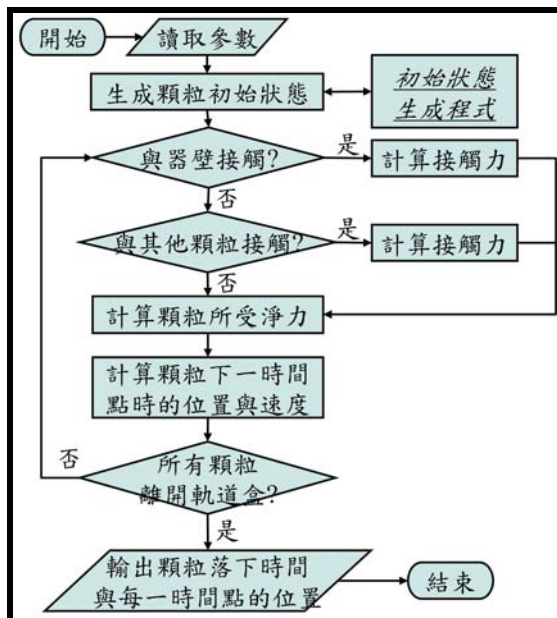
控制變因: 軌道盒側壁傾斜角 θ (59.47°)、軌道盒出口大小 d (4.5cm)、顆粒堆疊高度 H (19.5cm)、軌道盒傾斜角 φ (24.37°)、顆粒粒徑(0.4cm)



- (1) 當軌道盒側壁傾斜角減少時：中央的穩定區逐漸縮小；開口正上方與側壁上顆粒不發生崩塌的現象，且越靠進開口處側壁部分的穩定區逐漸加寬
- (2) 當軌道盒側壁傾斜角增加時：表層崩塌區面積增加許多，並逐漸侵入內崩塌區中；表層崩塌區與內崩塌區的邊界漸漸下移、加寬，注意到最後表層崩塌完全取代內崩塌區頂層的部分。
- (3) 中央穩定區與崩塌區的邊界從「上寬下窄」轉換為「下寬上窄」，且轉換過程中，內崩塌區的最低邊界先向開口移動，接著中央穩定區才向內縮。這是個非常有趣的現象，我們希望能進一步探討其轉換機制。
- (4) 導致崩塌區域呈現以上變化的原因是：因為重力作用在側壁上顆粒運動方向上的分力較小，導致中央顆粒流出數量較多，故附近顆粒較容易發生崩塌，才能維持相同的表層層崩塌角。

四、數值模擬：

為了觀察個別顆粒的移動情形，我們嘗試以 C 程式語言利用數值方法模擬顆粒流，並採軟性球模式的離散元素法 (DEM) 進行模擬，程式流程如右圖所示。我們希望能藉此進一步確立崩塌區域的分野，並討論不同變因對崩塌區域分佈的影響。



程式流程圖

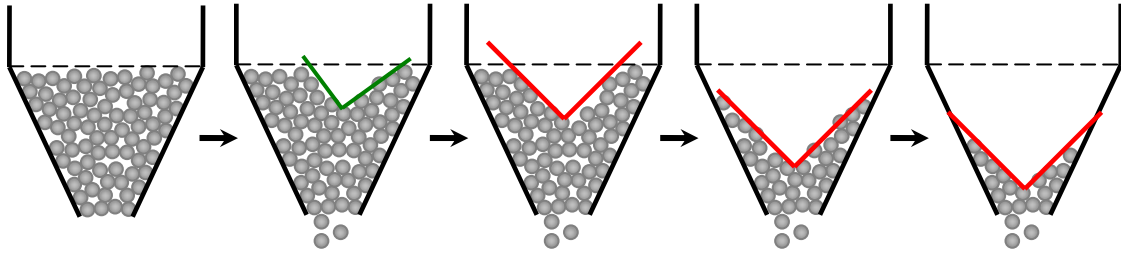
初始狀態生成程式

伍、研究結論與討論

一、傾斜軌道盒中，顆粒流的圖形與表層崩塌角

(一)顆粒流的圖形:

巨觀點下，呈現「V字下滑」的現象，如下圖所示。因為當V字斜邊傾斜角大於表層崩塌角時，將發生表層崩塌的現象，並將其補回原傾斜角。



(二)表層崩塌角:

- 正向關係: 軌道盒傾斜角
- 負向關係: 軌道盒側壁傾斜角、顆粒粒徑
- 尚待更深入探究: 開口大小

二、傾斜軌道盒顆粒流中，中央線上目標顆粒的落下時間

- 正向關係: 軌道盒側壁傾斜角度
- 負向關係: 軌道盒傾斜角度、軌道盒出口大小
- 尚待更深入探究: 顆粒粒徑

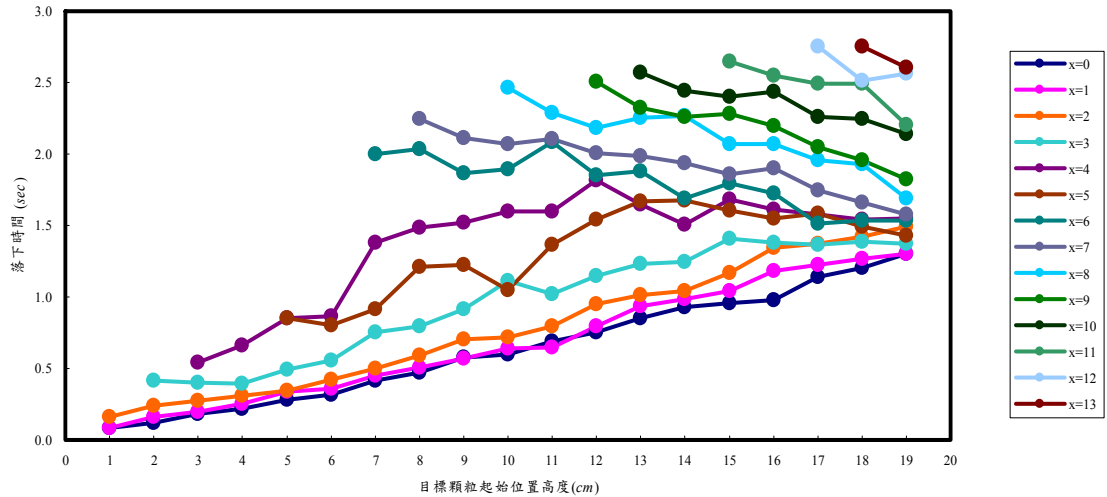
(一)軌道盒傾斜角度 φ 增加時，因為重力作用在顆粒運動方向上的分力增加，不同起始高度的目標顆粒落下速度增加。

(二)軌道盒側壁傾斜角度 θ 增加時，不同起始高度的目標顆粒的落下速度變慢；其中 $\theta = 30.00^\circ$ 及 45.00° 時，因為側邊顆粒施在中央顆粒上的正向力及摩擦力已不足以抵抗中央顆粒的下滑力所以目標顆粒落下時間幾乎一致。

(三)軌道盒出口大小 d 增加時，因為流量增加，不同起始高度的目標顆粒的落下速度增加。

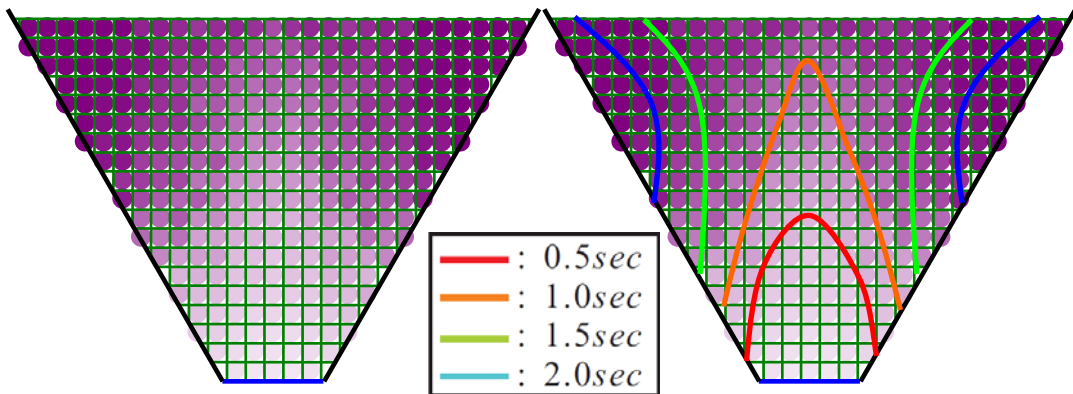
(四)粒徑 $= 0.4\text{cm}$ 的顆粒，在不同起始高度的目標顆粒的落下速度最小。我們猜測由於此時驗的出口大小為 4.5cm ，為 0.3cm 及 0.5cm 的整數倍，但卻不被 0.4cm 整除，因此可能造成顆粒彼此間作用力增加而使整體流速減慢。

三、探討傾斜軌道盒顆粒流中，崩塌以及倒序區域分布圖形

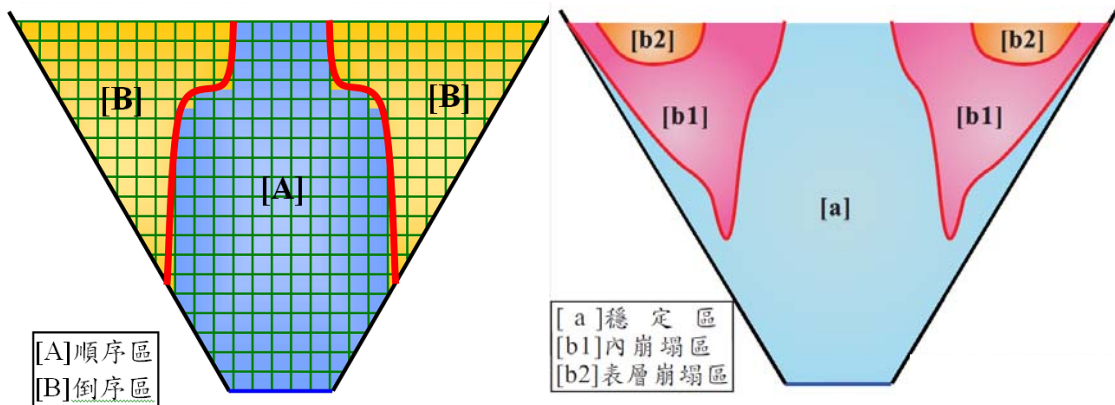


當 $x = 0, \dots, 5$ 時，目標顆粒起始位置高度與落下時間成正向關係，因為開口處的顆粒會先落下，且較高處的顆粒須移動較長的距離。

當 $x = 6, \dots, 13$ 時，目標顆粒起始位置高度與落下時間成負向關係，出現「起始高度較高的顆粒落下時間卻較短」的「倒序」現象。

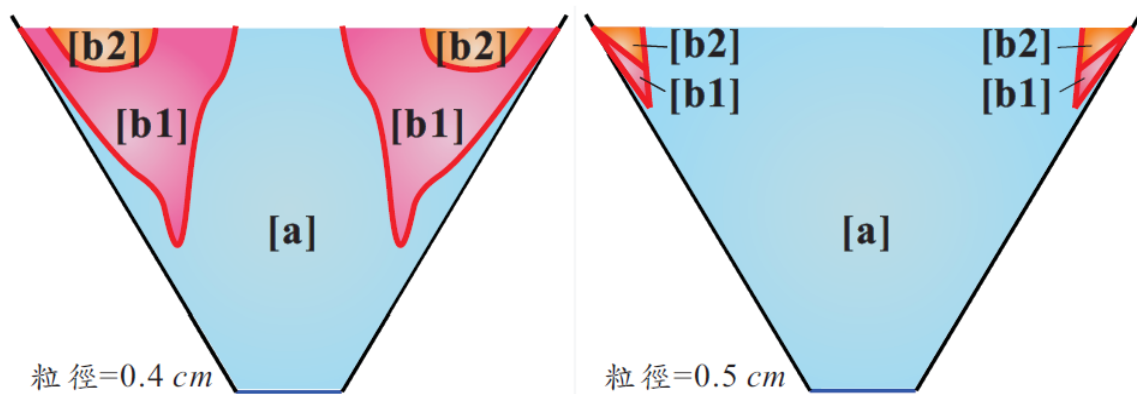


我們將上述結果以圖形方式呈現，其顏色越深代表落下的時間越長。右圖之曲線為等時線，所呈現的是相同的時距內顆粒的落下情形。



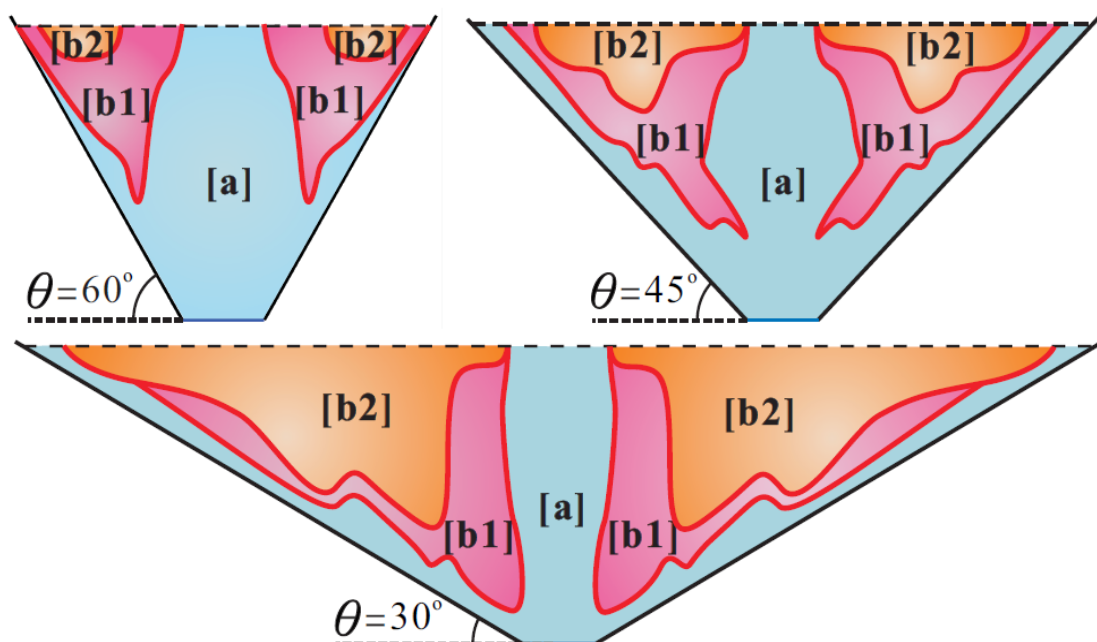
由以上兩圖可發現：穩定區恰好對應到順序區；而內崩塌及表層崩塌區則恰好對應到倒序區。這也間接印證了崩塌就是導致倒序現象發生的主要原因。

(一) 粒徑對崩塌以及倒序區域分布圖形的影響



當顆粒粒徑為 0.5cm 時，因為多數顆粒未發生表層崩塌，故穩定流的區域較大。而在側壁流最上方有發生表層崩塌，故有倒序的現象。

(二) 軌道盒側壁傾斜角度對崩塌以及倒序區域分布圖形的影響



當軌道盒側壁傾斜角增加時：表層崩塌區面積增加許多，並逐漸侵入內崩塌區中；表層崩塌區與內崩塌區的邊界漸漸下移、加寬，注意到最後表層崩塌完全取代內崩塌區頂層的部分。

中央穩定區與崩塌區的邊界從「上寬下窄」轉換為「下寬上窄」，且轉換過程中，內崩塌區的最低邊界先向開口移動，接著中央穩定區才向內縮。這是個非常有趣的現象，我們希望能進一步探討其轉換機制。

導致崩塌區域呈現以上變化的原因是：因為重力作用在側壁上顆粒運動方向上的分力較小，導致中央顆粒流出數量較多，故附近顆粒較容易發生崩塌，才能維持相同的表層崩塌角。

陸、未來展望

(一)顆粒、軌道盒的材質對斜面顆粒流的影響:

本研究中，尚未探討顆粒、軌道盒的材質等因素對於斜面顆粒流的影響。由於實驗中發現，在本實驗設計下，顆粒流是呈現密集流的狀態(顆粒之間有碰撞與摩擦)，因此顆粒流將會受到顆粒及軌道盒材質的影響，我們認為這會是一個有趣的探討。

(二)崩塌現象的深入探究:

經過這次的研究，我們不禁對物理的博大精深感到驚艷，然而於其中，又不失一種天然純粹的規則，充分的展現了大自然的美感，也深深體認到萬物馬不停蹄運轉的同時，背後隱藏著多少懾人的真理。希望我們的一篇小小作品，能為顆粒體的研究貢獻一份心力。以下則是我們希望能繼續探討的問題:

- 1.實驗中，我們發現顆粒經常發生**崩塌倒序**的現象，並概略的分為兩種類型：表層崩塌與內崩塌，我們也提出了其形成原因，但**影響兩種崩塌現象發生的因素**到底有哪些？是否軌道盒的傾斜角、軌道盒側壁的傾斜角、顆粒的粒徑、材質、出口大小.....等等因素也會影響崩塌現象的發生與否。
- 2.在不同位置的目標顆粒，會發生不同的崩塌現象，而**三個區域(穩定區、內崩塌區及表層崩塌區)的分界**是否真如我們的猜測一般，或有更複雜的模式(例如：兩個區域的交界可能並非一臨界線，而是一個長條形的過渡區域)，這都是我們非常好奇的問題。
- 3.另外，**三個區域的劃分**又是否隨各種因素影響而產生移轉，改變的模式又是如何？這更是一個極具挑戰性的問題，將會是我們下一個階段將進行深入探討的部分。

柒、參考文獻

- 一、賈魯強、黎壁賢(2001)。漫談顆粒物理。物理雙月刊。廿三卷四期
- 二、鐘杰、彭政、吳耀宇、史慶藩、陸坤權、厚美瑛(2006)。二維顆粒流從稀疏態到密集態的臨界轉變。物理學報。Vol. 55, No. 12。P.729
- 三、葉哲嘉、林中冠(2009)。顆粒體對流現象之探討。2009年臺灣國際科學展覽會
- 四、T. Nguyen, C. Brennen, R. Sabersky(1980)。Funnel Flow in Hoppers。Journal of Applied Mechanics。Vol. 47, Issue 4。p.729
- 五、José Flores, Guillermo Solovey, Salvador Gil(2003)。Flow of sand and a variable mass Atwood machine。American Association of Physics Teachers。Vol. 71, No. 7。p.715
- 六、Robert Brewster, Gary S. Grest, James W. Landry, Alex J. Levine(2005)。Plug flow and the breakdown of Bagnold scaling in cohesive granular flows。Physical Review。E 72, 061301